

© International Baccalaureate Organization 2024

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2024

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2024

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques : analyse et approches

Niveau moyen

Épreuve 2

2 mai 2024

Zone A matin | Zone B matin | Zone C matin

Numéro de session du candidat

1 heure 30 minutes

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour les cours de mathématiques : analyse et approches NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[80 points]**.



Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

Section A

Répondez à **toutes** les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

1. [Note maximale : 6]

Dans le cadre d'une étude, l'utilisation du téléphone portable par un échantillon aléatoire de dix élèves a été examinée lors d'un jour donné.

Le temps, t heures, pendant lequel ces dix élèves ont utilisé leur téléphone portable est donné ci-dessous.

0,7 1,2 1,9 4,0 4,4 4,5 4,9 5,7 6,5 11,7

(a) Pour ces données, trouvez

(i) la médiane ;

(ii) l'écart interquartile.

[3]

Une valeur aberrante est une valeur qui est inférieure à $Q_1 - 1,5 \times EI$ ou supérieure à $Q_3 + 1,5 \times EI$.

(b) Montrez que 11,7 est une valeur aberrante.

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

Section B

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

7. [Note maximale : 14]

Un lac contient un type de poisson appelé carpe. Les longueurs, L cm, des carpes peuvent être modélisées par une distribution normale de moyenne 45,6 cm et d'écart type 4,2 cm.

Selon ce modèle, les carpes d'une longueur comprise entre 41,4 cm et k cm se situent à moins d'un écart type de la moyenne.

- (a) Écrivez la valeur de k . [2]
- (b) Trouvez la probabilité que la longueur d'une carpe choisie au hasard soit supérieure à 48 cm. [2]
- (c) On sait que 99% des carpes dans ce lac ont une longueur supérieure à x cm. Trouvez la valeur de x . [2]
- (d) Considérez un échantillon aléatoire de 100 carpes provenant de ce lac.
 - (i) Trouvez le nombre espéré de carpes dont la longueur est comprise entre 40 cm et 56 cm.
 - (ii) Trouvez la probabilité que dans cet échantillon, exactement 95 carpes aient une longueur comprise entre 40 cm et 56 cm. [5]

Un grand échantillon de carpes provenant de ce lac est étudié. La longueur de chaque poisson est mesurée et enregistrée correctement à 0,1 cm près.

- (e) Trouvez la probabilité qu'une carpe choisie au hasard ait une longueur enregistrée de 45,6 cm. [3]



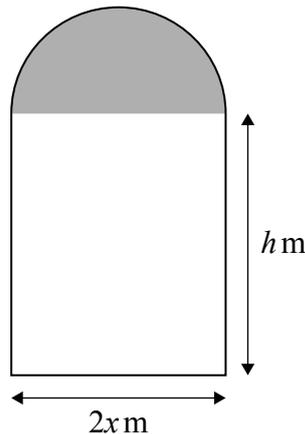
N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

8. [Note maximale : 15]

Une fenêtre est conçue sous la forme d'un demi-cercle attaché à un rectangle.

Les dimensions de la section rectangulaire de la fenêtre sont de $2x$ mètres par h mètres.

La fenêtre composée de ses deux sections est représentée dans le diagramme suivant.



L'aire de la fenêtre est de A mètres carrés.

(a) Écrivez une expression pour A en fonction de x et h . [2]

Le périmètre de la fenêtre est de P mètres.

(b) Sachant que $P = 10$, montrez que $h = \frac{1}{2}(10 - 2x - \pi x)$. [2]

La fenêtre est conçue pour laisser entrer une quantité maximale de lumière.

La section rectangulaire de la fenêtre est constituée de verre transparent et laisse entrer trois unités de lumière par mètre carré.

La section semi-circulaire de la fenêtre est constituée de verre teinté et laisse entrer une unité de lumière par mètre carré.

(c) Montrez que la quantité de lumière, L unités, que laisse entrer la fenêtre est donnée par $L = 30x - 6x^2 - \frac{5}{2}\pi x^2$. [4]

(d) (i) Trouvez une expression pour $\frac{dL}{dx}$.
 (ii) Trouvez la valeur de x de sorte que la fenêtre laisse entrer la quantité maximale de lumière. Justifiez que cette valeur de x donne un maximum.
 (iii) Trouvez la valeur de h de sorte que la fenêtre laisse entrer la quantité maximale de lumière. [7]



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

9. [Note maximale : 17]

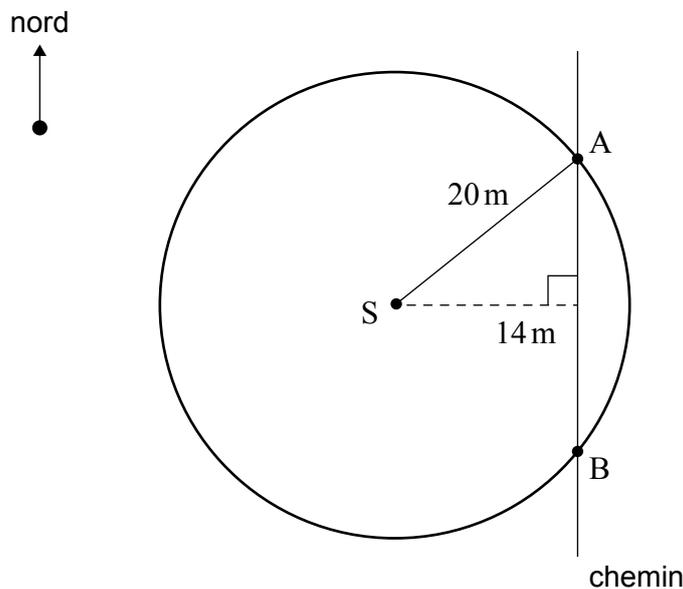
Un arroseur rotatif est placé à un point fixe S .

Il arrose tous les points à l'intérieur et sur un cercle de rayon 20 mètres.

Le point S est situé à 14 mètres du bord d'un chemin qui s'étend dans la direction nord-sud.

Le bord du chemin coupe le cercle aux points A et B .

Ces informations sont montrées dans le diagramme suivant.



(a) Montrez que $AB = 28,57$, réponse correcte à quatre chiffres significatifs près. [3]

L'arroseur tourne à un taux constant d'un tour toutes les 16 secondes.

(b) Montrez que l'arroseur tourne d'un angle de $\frac{\pi}{8}$ radian en une seconde. [1]

Soit T secondes, le temps pendant lequel $[AB]$ est arrosé durant chaque tour.

(c) Trouvez la valeur de T . [4]

(Suite de la question à la page suivante)



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

(Suite de la question 9)

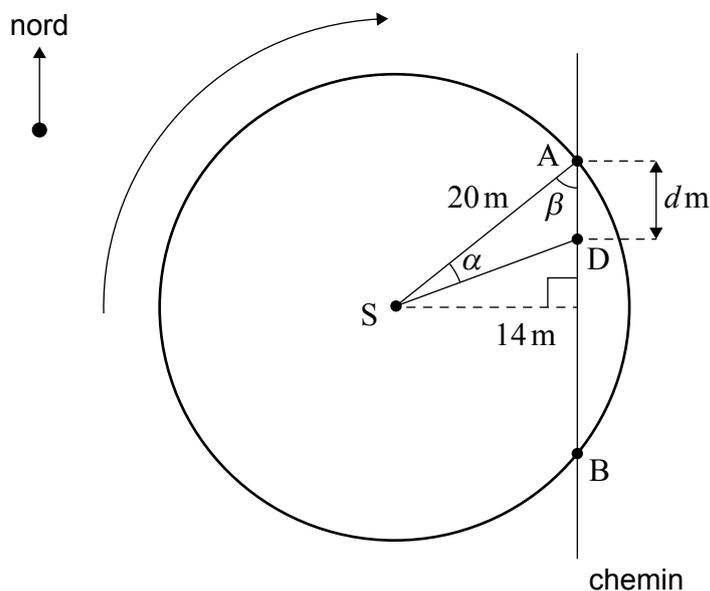
Considérez un tour de l'arroseur dans le sens horaire.

À l'instant $t = 0$, l'eau coupe le bord du chemin au point A.

À l'instant t secondes, l'eau coupe le bord du chemin en un point variable D qui se trouve à une distance de d mètres au sud du point A.

Soit $\alpha = \widehat{ASD}$ et $\beta = \widehat{SAB}$, où α, β sont mesurés en radians.

Ces informations sont montrées dans le diagramme suivant.



(d) Écrivez une expression pour α en fonction de t .

[1]

On sait que $\beta = 0,7754$ radian, réponse correcte à quatre chiffres significatifs près.

(e) En utilisant la loi des sinus dans $\triangle ASD$, montrez que la distance, d , à l'instant t , peut être modélisée par

$$d(t) = \frac{20 \sin\left(\frac{\pi t}{8}\right)}{\sin\left(2,37 - \frac{\pi t}{8}\right)}.$$

[3]

(Suite de la question à la page suivante)



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

(Suite de la question 9)

Une tortue marche vers le sud le long du bord du chemin.

À l'instant t secondes, la distance à laquelle se trouve la tortue, g mètres au sud de A , peut être modélisée par

$$g(t) = 0,05t^2 + 1,1t + 18, \text{ où } t \geq 0.$$

(f) À l'instant $t = 0$, indiquez à quelle distance au sud de A se trouve la tortue. [1]

Soit w la distance entre la tortue et le point D à l'instant t secondes.

(g) (i) Utilisez les expressions pour $g(t)$ et $d(t)$ pour écrire une expression pour w en fonction de t .

(ii) À partir de là, trouvez à quel instant et sur quel point du chemin l'eau atteint la tortue pour la première fois. [4]

