8824 – 9714M

Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Esquema de calificación

Noviembre de 2024

Matemáticas: Análisis y Enfoques

Nivel Medio

Prueba 2

22 páginas

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

© International Baccalaureate Organization 2024

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

© Organisation du Baccalauréat International 2024

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2024

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

Instrucciones para los examinadores

Abreviaturas

M Puntos concedidos por tratar de utilizar un **Método** correcto.
A Puntos concedidos por una **Respuesta** (en inglés, *Answer*) o por **Precisión** (en inglés, *Accuracy*); a menudo dependen de los puntos ***M*** precedentes.
R Puntos concedidos por un **Razonamiento** claro.
AG Respuesta dada (del inglés *Answer Given*) en la propia pregunta, por lo que no se concede ningún punto.
FT Arrastre de error (del inglés *Follow Through*). La práctica de conceder puntos, a pesar de que el alumno haya cometido errores en apartados anteriores, por **sus** métodos/respuestas correctos a partir de resultados incorrectos.

Uso del esquema de calificación

1 General

Conceda los puntos utilizando las anotaciones como se indica en el esquema de calificación p. ej., ***M1***, ***A2***.

2 Puntuación por método y por respuesta/precisión

- **No** conceda automáticamente la puntuación máxima cuando la respuesta sea correcta; se **debe** comprobar todo el procedimiento (el desarrollo del ejercicio) y puntuar la pregunta conforme al esquema de calificación.
- Por lo general, no se puede conceder ***M0*** seguido de ***A1***, puesto que los puntos ***A*** dependen de los puntos ***M*** precedentes (si los hay).
- Cuando se indica en la misma línea una puntuación ***M*** y otra ***A*** (p. ej., ***M1A1***), esto normalmente significa que se conceda ***M1*** por **intentar** utilizar un método adecuado (p. ej., sustituir en una fórmula) y ***A1*** por utilizar los valores **correctos**.
- Cuando aparecen dos o más puntuaciones ***A*** en la misma línea es porque cada una se puede conceder de manera independiente; así pues, si el primer valor es incorrecto pero los dos siguientes son correctos, se ha de conceder ***A0A1A1***. Si las puntuaciones ***A1*** aparecen en líneas separadas, se asume que dependen una de la otra y, por lo tanto, es poco probable que se otorgue ***A0A1***. Sin embargo, cuando dichas puntuaciones sean independendientes (por ej, el esquema de calificación las presenta en secuencia, pero en la solución, una no conduce directamente a la otra) esto se ha de comunicar a través de una nota y, por lo tanto, puede otorgarse ***A0A1*** (por ejemplo).
- Allí donde el esquema de calificación especifique ***A3***, ***M2***, etc., **no** subdivida las puntuaciones a menos que haya una nota al respecto.
- En la respuesta a una pregunta del tipo “mostrar que” no es necesario volver a escribir la línea ***AG***, a no ser que una **Nota** lo indique de manera explícita en el esquema de calificación.
- Una vez que vea en la hoja la respuesta correcta a una pregunta o a un apartado de una pregunta, ignore cualquier desarrollo adicional, incluso si es incorrecto o sugiere que el alumno no ha comprendido bien la pregunta. Esto fomenta un enfoque uniforme para la corrección, menos dependiente del criterio del examinador. Aunque algunos alumnos puedan verse beneficiados en ese elemento concreto de la pregunta, es probable que estos alumnos también pierdan puntos en otros lugares.

- Una excepción a la regla anterior ocurre cuando una respuesta incorrecta del desarrollo adicional se utiliza **en un apartado posterior**. Por ejemplo, cuando un valor exacto correcto viene seguido de una aproximación decimal incorrecta en el primer apartado y, a continuación, se utiliza esta aproximación en el segundo apartado. En esta situación, conceda los puntos ***FT*** que corresponda, pero no conceda el ***A1*** final en el primer apartado. Ejemplos:

	Respuesta correcta incluida	**Desarrollo adicional incluido**	**¿Alguna cuestión relacionada con la puntuación FT?**	**Acción**
1.	$8\sqrt{2}$	$5,65685...$ *(valor decimal incorrecto)*	No. Último apartado de la pregunta.	Conceda ***A1*** en la puntuación final *(no penalice el desarrollo adicional incorrecto).*
2.	$\frac{35}{72}$	0,468111… (valor decimal incorrecto)	Sí. El valor se utiliza en apartados posteriores.	Conceda ***A0*** en la puntuación final *(y pueden otorgarse todos los puntos **FT** en los apartados posteriores).*

3 Puntuaciones implícitas

Las puntuaciones implícitas se muestran entre **paréntesis; p. ej., *(M1)***. Solo se pueden conceder si el alumno ha incluido el procedimiento **correcto** o si dicho procedimiento ha quedado implícito en otro desarrollo/respuesta posterior.

4 Puntuaciones de arrastre de error (solo se aplican después de haberse cometido un error)

Las puntuaciones de arrastre de error (***FT***) se conceden cuando una respuesta incorrecta dada en un **apartado** de una pregunta se utiliza correctamente en los apartados **posteriores** (p. ej., un valor incorrecto del apartado (a) se utiliza en el apartado (d), o un valor incorrecto del subapartado (c)(i) se utiliza en el subapartado (c)(ii)). Por lo general, para poder conceder puntos ***FT***, el alumno **tiene que haber incluido el desarrollo del ejercicio** (no tan solo una respuesta final basada en la respuesta incorrecta dada en un apartado anterior). Sin embargo, si todos los puntos que tiene asignados un apartado posterior corresponden a la respuesta o son implícitos, entonces se deben conceder puntos ***FT*** por *su* respuesta correcta incluso si no ha incluido el desarrollo.

Por ejemplo: tras una respuesta incorrecta al apartado (a) que se utiliza en apartados posteriores, cuando el esquema de calificación indique ***(M1)A1*** en el apartado posterior, es posible conceder la puntuación máxima por *su* respuesta correcta **sin que haya incluido ningún desarrollo**. Para preguntas más largas donde todas las puntuaciones son implícitas salvo los puntos de respuesta, esta regla es aplicable pero puede invalidarse mediante una **Nota** en el esquema de calificación.

- Dentro de un apartado dado, una vez que se ha cometido un **error** ya no se pueden conceder más puntos ***A*** en otras partes del desarrollo que hagan uso de ese error. Sin embargo, sí que se pueden conceder puntos ***M*** si procede.

- Si la pregunta resulta mucho más sencilla debido a un error, utilice su propio criterio para conceder menos puntos ***FT***, reflexionando sobre a qué corresponde cada puntuación y cómo se traslada eso a la versión simplificada.

- Si el error conduce a un resultado inadecuado (p. ej., una probabilidad mayor que 1, $\operatorname{sen}\theta = 1,5$, un valor no entero allí donde hay que dar uno entero), no conceda el/los puntos correspondientes a las respuestas finales.

- Es posible que en el esquema de calificación se utilice la palabra “su(s)” en una descripción; con esto se quiere indicar que los alumnos quizá estén empleando un valor incorrecto.

- Si la respuesta del alumno a la pregunta inicial contradice claramente la información proporcionada en el enunciado de la pregunta, no es apropiado conceder ningún punto ***FT*** en los apartados posteriores. Esto incluye cuando los alumnos no logran completar correctamente una pregunta del tipo “mostrar que” y, en los siguientes apartados, utilizan su respuesta incorrecta en vez del valor proporcionado en el enunciado.

- Las excepciones a estas reglas de ***FT*** se indicarán de manera explícita en el esquema de calificación.

- Si un alumno comete un error en un apartado pero obtiene las respuestas correctas en los apartados posteriores, conceda puntos según corresponda, a no ser que el término de instrucción fuera “A partir de lo anterior”.

5 Errores de lectura

Si un alumno comete un error al copiar en su hoja los valores o datos de la pregunta, esto se considera un “error de lectura” (***MR***, del inglés *MisRead*). A un alumno solo se le puede penalizar una vez por un error de lectura dado. Utilice el sello ***MR*** para indicar que se ha producido un error de lectura y no conceda el primer punto, aunque se trate de un punto ***M***, pero conceda todos los demás según corresponda.

- Si la pregunta resulta mucho más sencilla debido al error de lectura (***MR***), utilice su propio criterio para conceder menos puntos.

- Si el ***MR*** conduce a un resultado inadecuado (p. ej., una probabilidad mayor que 1, $\operatorname{sen}\theta = 1,5$, un valor no entero allí donde hay que dar uno entero), no conceda el/los puntos correspondientes a las respuestas finales.

- Si el alumno comete un error al copiar su propio trabajo, eso **no** es un error de lectura, sino un error ordinario.

- Si el alumno utiliza una respuesta correcta a una pregunta del tipo “mostrar que” con un grado de precisión mayor del que se proporciona en el enunciado, eso NO es un error de lectura y se puede obtener la puntuación máxima en el apartado posterior.

- Los errores de lectura (***MR***) solo se pueden aplicar cuando el alumno haya incluido el desarrollo del ejercicio. En aquellas preguntas de calculadora donde no esté incluido el procedimiento y se haya dado una respuesta incorrecta, los examinadores **no** deben inferir que el alumno ha leído/copiado mal los valores de la calculadora.

6 Métodos alternativos

En ocasiones, los alumnos utilizan métodos distintos de los que aparecen en el esquema de calificación. A menos que en la pregunta se especifique qué método se ha de utilizar, el uso de métodos alternativos correctos no se ha de penalizar, sino que se ha de puntuar conforme a lo que indica el esquema de calificación. Si el término de instrucción es “A partir de lo anterior” y no “A partir de lo anterior o de cualquier otro modo”, entonces no se permiten métodos alternativos a no ser que se indique mediante una nota en el esquema de calificación.

- Cuando se incluyen varios métodos alternativos para toda una pregunta, aparecen señalados mediante los encabezamientos **MÉTODO 1**, **MÉTODO 2**, etc.
- Las soluciones alternativas para un apartado dado de una pregunta se indican mediante el encabezamiento **O BIEN**... **O BIEN**.

7 Formas alternativas

A menos que en la pregunta se especifique lo contrario, **acepte** formas equivalentes.

- Dado que se trata de un examen internacional, acepte todas las formas alternativas de **notación**, por ejemplo 1.9 y 1,9; o 1000, 1,000 y 1.000.
- No acepte respuestas finales escritas con notación de calculadora. Sin embargo, se pueden obtener puntos ***M*** y puntos ***A*** intermedios en los que la información se haya presentado utilizando notación de calculadora, siempre que la evidencia refleje claramente el requisito para conceder la puntuación.
- En el esquema de calificación, las formas **numéricas** y **algebraicas** equivalentes suelen aparecer escritas entre paréntesis, justo a continuación de la respuesta.
- En el esquema de calificación, algunas respuestas **equivalentes** suelen aparecer escritas entre paréntesis. En el esquema de calificación no se presentan todas las notaciones/respuestas/métodos equivalentes, y se pide a los examinadores que apliquen su criterio de forma apropiada para evaluar si el trabajo del alumno es equivalente.

8 Formato y precisión de las respuestas

Cuando el grado de precisión se especifique en el enunciado de la pregunta, uno de los puntos se concederá por dar la respuesta con la precisión requerida. Si el grado de precisión no se indica en la pregunta, deben aplicarse las siguientes reglas: *todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas*.

Cuando se utilicen los valores en apartados posteriores, el esquema de calificación generalmente empleará el valor exacto, si bien los alumnos también pueden usar la respuesta correcta con 3 cifras significativas en los apartados posteriores. El esquema de calificación con frecuencia indicará los valores posteriores que resulten "*de utilizar valores con 3 cifras significativas*".

Simplificación de las respuestas finales: Se aconseja a los alumnos que den las respuestas finales utilizando una forma matemática adecuada. En general, para conceder una puntuación ***A***, se debe completar la aritmética y simplificar cualquier valor que conduzca a un número entero; por ejemplo, $\sqrt{\frac{25}{4}}$ debe escribirse como $\frac{5}{2}$. Una excepción a lo anterior es la simplificación de fracciones, donde no se requiere la forma más sencilla (si bien el numerador y el denominador deben ser números enteros); por ejemplo, $\frac{10}{4}$ se puede dejar así o escribirla como $\frac{5}{2}$. Sin embargo, $\frac{10}{5}$ se debe escribir como 2, dado que se simplifica para dar un número entero.

Las expresiones algebraicas se deben simplificar realizando cualquier operación como la adición y la multiplicación; p. ej., $4e^{2x} \times e^{3x}$ se debe simplificar a $4e^{5x}$, y $4e^{2x} \times e^{3x} - e^{4x} \times e^{x}$ se debe simplificar a $3e^{5x}$. A no ser que se especifique en la pregunta, no es necesario factorizar las expresiones ni tampoco desarrollar las expresiones factorizadas, de modo que $x(x+1)$ y $x^2 + x$ son ambas aceptables.

Tenga presente: para obtener los puntos ***A*** intermedios NO es necesario simplificar las respuestas.

9 Calculadoras

No se permite el uso de calculadoras. El uso de cualquier tipo de calculadora durante esta prueba se considera conducta improcedente y, como consecuencia de ello, no se le concederá al alumno ninguna calificación final. Si se topa con un ejercicio que sugiera que el alumno ha utilizado algún tipo de calculadora, siga los procedimientos establecidos para abordar la conducta improcedente

OR

Para esta prueba se necesita una calculadora de pantalla gráfica, pero si se topa con un ejercicio que sugiera que el alumno ha utilizado algún tipo de calculadora no permitida en los exámenes del PD del IB (p. ej., dispositivos dotados de un sistema algebraico computacional), siga los procedimientos establecidos para abordar la conducta improcedente.

10. Presentación del trabajo del alumno

Procedimiento tachado: Si el alumno (en las hojas que contienen sus respuestas) ha trazado una línea cubriendo parte del procedimiento, o ha tachado de algún otro modo parte del procedimiento, no conceda ningún punto por esa parte del procedimiento, a no ser que haya una nota del alumno que indique explícitamente que quiere que se corrija esa parte del procedimiento.

Más de una solución: Cuando un alumno ofrezca dos o más respuestas distintas a una misma pregunta, el examinador solo debe puntuar la primera respuesta, a no ser que el alumno haya indicado lo contrario. Si la presentación de las respuestas hace que resulte difícil juzgar cuál es “la primera”, los examinadores deben aplicar su criterio de manera apropiada para determinarlo.

Sección A

1. (a) (i) $f(0) = -11$ ***A1***

(ii) $-1,80650...$

$f(20) = -1.81 \left(= 11\sqrt{20} - 51 = 22\sqrt{5} - 51\right)$ ***A1***

[2 puntos]

(b) Por tratar de hallar al menos una raíz ***(M1)***

$x = 1,72622...$ y $x = 17,5237...$

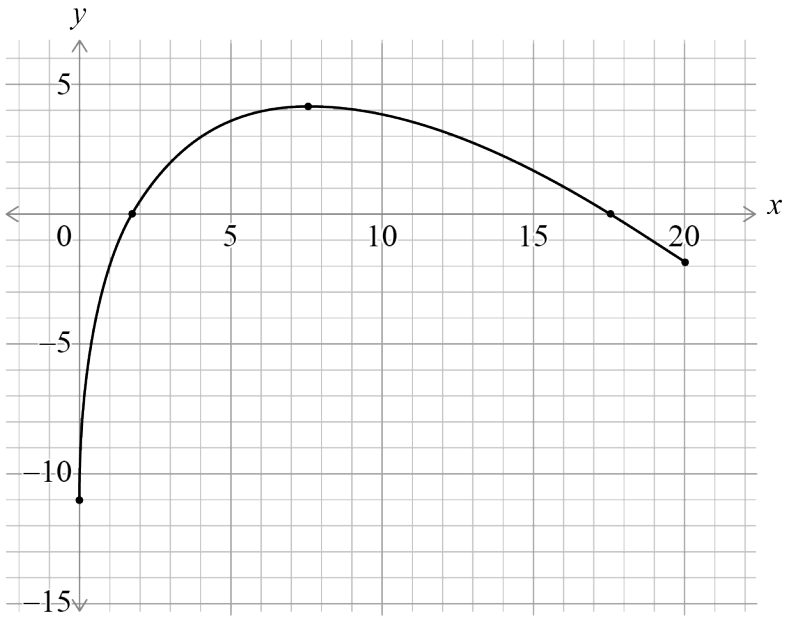
$x = 1,73$ y $x = 17,5$ ***A1***

[2 puntos]

Continúa en la página siguiente…

Continuación de la Pregunta 1

(c)



A1 A1 A1

Nota: Se pueden arrastrar errores (*FT*) desde su apartado (a).

Conceda ***A1*** si los extremos están aproximadamente en $(0,-11)$ y $(20,-1,8)$.

Acepte $-12 < y < -10$ para la intersección con el eje *y* y $x = 20, -2 < y < -1$
$x = 20, -2 < y < -1$ para el extremo derecho del intervalo.

Los 2 puntos ***A*** siguientes sólo deben concederse si la forma aproximada es correcta:

Conceda ***A1*** si las intersecciones con el eje x están aproximadamente en $x = 1,7$ y $x = 17,5$ y conceda ***A1*** si el máximo está aproximadamente en $(7,6\ ;\ 4,1)$. Acepte las intersecciones con el eje x en los intervalos $1 < x < 2,\ 17 < x < 18$ y el máximo en los intervalos $6.5 < x < 8.5,\ 3.5 < y < 5$.

[3 puntos]

Total [7 puntos]

2. O BIEN

Por tratar de formar un producto de un coeficiente del desarrollo de la potencia de un binomio, una potencia de $2x$ y una potencia de -5 ***(M1)***

$^9C_3(2x)^6(-5)^3$ **O BIEN** $^9C_6(2x)^6(-5)^3$ **O BIEN** $84\times(2x)^6(-5)^3$ ***(A1)(A1)***

Nota: Conceda un ***A1*** por el $^9C_6$ o $^9C_3$ u 84 y otro ***A1*** por el $(2x)^6(-5)^3$.

O BIEN

Por tratar de utilizar el término general ***(M1)***

$^9C_r(2x)^{9-r}(-5)^r$ y $r=3$ ***(A1)(A1)***

ENTONCES

-672000 (exacto) ***A1***

Nota: Conceda ***A0*** si la respuesta final que da es $-672000x^6$.

[4 puntos]

3. (a) $\frac{1}{4}e^{4x} + 6x + C$ ***A1A1A1***

[3 puntos]

(b) Por darse cuenta de que $h(x) = \int h'(x)$ ***(M1)***

$h(x) = \frac{1}{4}e^{4x} + 6x + C$

$\left(h(1,5) =\right)\frac{1}{4}e^{4(1,5)} + 6(1,5) + c = 105$ ***(A1)***

$C = -4,85719...$

$h(x) = \frac{1}{4}e^{4x} + 6x - 4,86 \left(= \frac{1}{4}e^{4x} + 6x + 96 - \frac{1}{4}e^{6} \right)$ ***A1***

[3 puntos]

Total [6 puntos]

4. (a) Por darse cuenta de que la suma de las probabilidades es igual a 1 ***(M1)***

$\frac{3k}{20}+\frac{5k}{20}+\frac{8k}{20}+\frac{11k}{20}=1$

0.740740

$k=0,741\left(=\frac{20}{27}\right)$ ***A1***

[2 puntos]

(b) Por dar las probabilidades correctas: $\frac{3}{27},\frac{5}{27},\frac{8}{27},\frac{11}{27}$ O BIEN

$0,111;\ 0,185;\ 0,296;\ 0,407$ ***(A1)***

Por sustituir sus probabilidades en la fórmula del valor esperado ***(M1)***

$3\times\frac{3}{27}+5\times\frac{5}{27}+8\times\frac{8}{27}+11\times\frac{11}{27}$ O BIEN $\frac{219k}{20}$

$=8,11111...$

$\mathrm{E}(X)=8.11\left(=\frac{219}{27}=\frac{73}{9}\right)$ (mismas 3 c.s. si usa la respuesta anterior con 3 c.s.) ***A1***

[3 puntos]

Total [5 puntos]

5. (a) **MÉTODO 1**

Por tratar de utilizar las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo (***M1)***

$\tan \hat{BAE} = \frac{12}{7}$ **O BIEN** $\tan\left(90° - \hat{BAE}\right) = \frac{7}{12}$ ***(A1)***

$59,7435...$

$\hat{BAE} = 59,7°$ ***A1***

Nota*:* Conceda ***M1A1A0*** si da el valor en radianes equivalente (1,04).

MÉTODO 2

Por tratar de hallar $\hat{BAE}$ utilizando la regla del seno O BIEN la regla del coseno ***(M1)***

$\frac{\sin \hat{BAE}}{12} = \frac{\sin 90}{\sqrt{12^2 + 7^2}}$ O BIEN $12^2 = 7^2 + 193 - 2 \times 7 \times \sqrt{12^2 + 7^2} \times \cos \hat{BAE}$ ***(A1)***

$\hat{BAE} = 59.7435...$

$\hat{BAE}=59.7°$ ***A1***

Nota*:* Conceda ***M1A1A0*** si da el valor en radianes equivalente (1,04).

[3 puntos]

(b) (i) **MÉTODO 1**

Por tratar de hallar DE utilizando las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo (***M1)***

$\text{sen}\, 59,7435...° = \frac{350}{DE}$ O equivalente ***(A1)***

$DE = 405,196...$

$CE = 405,196... + 50$

$455,196...$

$EC = 455$ (cm) ***A1***

Continúa en la página siguiente…

Continuación de la Pregunta 5

MÉTODO 2

Sea $\mathrm{DE} = \mathrm{EF} = x$

Por tratar de hallar DE utilizando $\mathrm{D\hat{E}F}$ y la regla del seno O BIEN la regla del coseno. (***M1)***

$\frac{700}{\sin(119,487...)} = \frac{\mathrm{DE}}{\sin(30,2564...)}$ OR

$x^2 = 700^2 + x^2 - 2 \times 700 \times x \times \cos 30,2564...$ ***(A1)***

$\mathrm{DE} = 405,196...$

$\mathrm{CE} = 405,196... + 50$

$= 455,196...$

$= 455$ (cm) ***A1***

MÉTODO 3

Sea G el punto medio de DF.

$\mathrm{EG} = \frac{7}{12} \times 350 \left(= \frac{1225}{6} = 204.166... \right)$ ***(A1)***

Por usar el teorema de Pythagoras con **su** valor de EG para hallar DE (***M1)***

$\mathrm{DE} = \sqrt{204,166...^2 + 350^2} \ \left(= 405,196... \right)$

$\mathrm{CE} = 405,196... + 50$

$= 455,196...$

$= 455$ (cm) ***A1***

(ii) $\tan(59,7435...°) = \frac{30}{x}$ O $\frac{12}{7} = \frac{30}{x}$ (***A1)***

$x = 17,5$

$455,196... + 17,5$

$472,696...$

$\mathrm{AB} = 473$ (cm) ***A1***

[5 puntos]

Total [8 puntos]

6. MÉTODO 1

Por darse cuenta de que $4x^2 - rx + r - 1$ tiene que ser mayor que cero ***R1***

(discriminante =) $(-r)^2 - 4(4)(r-1)$ $\left(= r^2 - 16r + 16\right)$ (visto aquí o en algún otro lugar de la pregunta) ***(A1)***

$1,07179...$ $\left(= 8 - 4\sqrt{3}\right)$ y $14,9282...$ $\left(= 8 + 4\sqrt{3}\right)$ (visto aquí o en algún otro lugar de la pregunta) ***(A1)***

Por darse cuenta de que el discriminante de $4x^2 - rx + r - 1$ es menor que cero (visto aquí o en algún otro lugar de la pregunta) ***(M1)***

$1,07 < r < 14,9$ $(8 - 4\sqrt{3} < r < 8 + 4\sqrt{3})$ ***A1***

Note: Acepte $1,08 \le r \le 14,9$.

MÉTODO 2

Por darse cuenta de que $4x^2 - rx + r - 1$ tiene que ser mayor que cero ***R1***

O BIEN

mínimo cuando $x = \frac{r}{8} \Rightarrow (y =) 4\left(\frac{r}{8}\right)^2 - r\left(\frac{r}{8}\right) + r - 1$ (> 0) ***(A1)***

Por tratar de resover su inecuación en términos de *y* (debe estar en términos de *r* y de r^2) ***(M1)***

O BIEN

$x < 1 \Rightarrow r > \frac{4x^2 - 1}{x - 1}$ O $x > 1 \Rightarrow r < \frac{4x^2 - 1}{x - 1}$ ***(A1)***

por tratar de hallar el mínimo local **y** el máximo local de $r = \frac{4x^2 - 1}{x - 1}$ ***(M1)***

ENTONCES

$(r >) 1,07179...$ $\left(= 8 - 4\sqrt{3}\right)$ Y $(r <) 14,9282...$ $\left(= 8 + 4\sqrt{3}\right)$ (visto aquí o en cualquier otro lugar de la pregunta) ***(A1)***

$1,07 < r < 14,9$ $(8 - 4\sqrt{3} < r < 8 + 4\sqrt{3})$ ***A1***

Note: Acepte $1,08 \le r \le 14,9$.

[5 puntos]

Sección B

7. (a) $22{,}4358\ldots$

$22{,}4\ (\%)$ ***A1***

[1 punto]

(b) Por darse cuenta de que se trata de una distribución binomial ***(M1)***

$X \sim \mathrm{B}(1000\,;\ 0{,}224...)$

Por tratar de hallar $\mathrm{P}(X < 200)$ o bien $\mathrm{P}(X \leq 199)$ ***(M1)***

$0{,}0284945...$

$\mathrm{P}(X < 200) = 0{,}0285$ (acepte 0,0303, que es lo que se obtiene si se utiliza la respuesta anterior con 3 c. s.) ***A1***

[3 puntos]

(c) Por darse cuenta de que se trata de probabilidad condicionada en contexto ***(M1)***

$\mathrm{P}(\text{edad} \geq 65 \mid \text{edad} \geq 45)$ **O BIEN** $\dfrac{\mathrm{P}(\text{edad} \geq 45 \cap \text{edad} \geq 65)}{\mathrm{P}(\text{edad} \geq 45)}$

Nota: El 'darse cuenta' se ha de demostrar en contexto, bien con palabras o con símbolos; no basta con decir $\mathrm{P}(A \mid B)$.

$\dfrac{\mathrm{P}(\text{edad} \geq 65)}{\mathrm{P}(\text{edad} \geq 45)}$ ***(A1)***

$\dfrac{3{,}7}{(3{,}7 + 17{,}3)}$ **o bien** $\dfrac{0{,}0395}{0{,}224}$ ***(A1)***

$0{,}176190...$

$0{,}176$ ***A1***

Nota: Perdone el uso de "a" o de "X" o de cualquier otra letra para la 'edad'.

[4 puntos]

Continúa en la página siguiente…

Continuación de la Pregunta 7

(d) 15,5, 21,5, 35, 55, 75 ***A1***

[1 punto]

(e) (i) 35,7280…

La media = 35,7 ***A1***

(ii) La varianza es el cuadrado de la desviación típica ***(M1)***

$14,3159...^2$

204,945...

La varianza = 205 ***A1***

[3 puntos]

(f) (i) El gráfico C ***A1***

Nota: Permita el arrastre de errores (***FT***) desde unos valores incorrectos de la media y la varianza en (e).

(ii) *MyLife* ***A1***

Nota: No conceda ***A0A1***.

[2 puntos]

Total [14 puntos]

8. (a) (i) $a = 0,358$ (exacto); $b = 30.5$ (30.52 (valor exacto)) ***A1A1***

Nota: Conceda ***A1A0*** si los valores de *a* y *b* están intercambiados o no están rotulados.

(ii) *a* representa el ritmo (promedio) al que aumenta (cambia) la población ($0,358$ millones de habitantes al año). (o equivalente) ***R1***

[3 puntos]

(b) No es fiable porque 2030 está fuera del rango de los datos (extrapolación). ***A1***

[1 punto]

(c) (i) Por tratar de hallar $B(100)$ ***(M1)***

$55,1633\ldots$

$55,2$ millones **O BIEN** $55\ 200\ 000$ ***A1***

(ii) El ritmo de crecimiento anual de la población es el 0,5%. ***A1***

Nota: La descripción ha de incluir alguna referencia al concepto 'ritmo anual'.

[3 puntos]

(d) $54,6094\ldots$

$54,6$ millones **O BIEN** $54\ 600\ 000$ ***A1***

[1 punto]

(e) Por haber considerado la función diferencia $C(t) - B(t)$ o bien $B(t) - C(t)$ o bien $|C(t) - B(t)|$ ***(M1)***

Si hay pruebas de que ha hallado el máximo (o el mínimo) de esta función. ***(M1)***

$t = 58,6283\ldots$

2058 (acepte 2059) ***A1***

[3 puntos]

Continúa en la página siguiente…

Continuación de la Pregunta 8

(f) (i) $0,242876\ldots$

$B'(75) = 0,243$ ***A1***

(ii) $0,184942...$

$C'(75) = 0,185$ ***A1***

[2 puntos]

(g) $B'(75) > C'(75)$ (o su equivalente en palabras) ***A1***

la población en el modelo de Benoit estará creciendo más rápidamente que en el modelo de Cecilia (en 2075) (o equivalente) ***R1***

Nota: No conceda ***A0R1***.

[2 puntos]

Total [15 puntos]

9. (a) (i) 6 ***A1***

(ii) Por tratar de hallar el período ***(M1)***

$\frac{2\pi}{b}$ o bien $\frac{2\pi}{\pi}$

El período = 2 ***A1***

[3 puntos]

(b) (i) Si hay pruebas de que ha considerado $6\cos(\pi x) - 8\sin(\pi x)$ (visto en i, ii o iii) (p. ej., si ha trazado un bosquejo [dibujo aproximado]) ***(M1)***

$a = 10$ ***A1***

(ii) $b = \pi$ ***A1***

(iii) $1,70483\ldots$

$c = 1,70$ ***A1***

[4 puntos]

(c) 23 (segundos) ***A1***

[1 punto]

(d) 4 badenes ***A1***

[1 punto]

Continúa en la página siguiente…

Continuación de la Pregunta 9

(e) (i) Por tratar de utilizar la regla de la cadena (multiplicación por $\frac{\pi}{19}$) ***(M1)***

$(4,5)\left(\frac{\pi}{19}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{19}(t-4)\right)$ **O BIEN** $0{,}744061\ldots$

$v'(t) = 0,744\text{sen}\left(\frac{\pi}{19}(t-4)\right)\left(=\left(\frac{9\pi}{38}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{19}(t-4)\right)\right)$ ***A1***

(ii) Por darse cuenta de que $v' = a$ ***(M1)***

$0,744\left(\text{ms}^{-2}\right)$ ***A1***

[4 puntos]

(f) Por darse cuenta de que necesita una integral definida de la función velocidad ***(M1)***

Por utilizar unos límites correctos (cualquier par de límites que estén separados por 38 segundos) ***A1***

$\int_4^{42} v(t)dt \left(= \int_k^{k+38} |v(t)|\,dt\right)$

$399(\text{m})$ (exacto) ***A1***

[3 puntos]

Total [16 puntos]