Show that $\left(1-\frac{1}{3}e^{2i\theta}\right)\left(1-\frac{1}{3}e^{-2i\theta}\right)=\frac{1}{9}(10-6cos2\theta)$

$$\left(1-\frac{1}{3}e^{2i\theta}\right)\left(1-\frac{1}{3}e^{-2i\theta}\right)$$

$$=1-\frac{1}{3}e^{-2i\theta}-\frac{1}{3}e^{2i\theta}+\frac{1}{9}e^{0}$$

$$=1-\frac{1}{3}e^{-2i\theta}-\frac{1}{3}e^{2i\theta}+\frac{1}{9}$$

$$=\frac{10}{9}-\frac{1}{3}e^{-2i\theta}-\frac{1}{3}e^{2i\theta}$$

$$e^{2i\theta}=cos2\theta+isin2\theta$$

$$e^{-2i\theta}=\cos(-2\theta)+isin(-2\theta)$$

$$e^{-2i\theta}=\cos 2\theta-isin2\theta$$

$$=\frac{10}{9}-\frac{1}{3}(\cos 2\theta-isin2\theta)-\frac{1}{3}(cos2\theta+isin2\theta)$$

$$=\frac{10}{9}-\frac{1}{3}(2cos2\theta)$$

$$=\frac{10}{9}-\frac{6}{9}cos2\theta$$

$$=\frac{1}{9}(1-6cos2\theta)$$